



**DQQ-001-013204** Seat No. \_\_\_\_\_

**M. A. (Sem. II) (CBCS) Examination**

**May / June - 2015**

**Philosophy : Paper-ECT-03**

*(Mathematical Logic)*

**Faculty Code : 001**

**Subject Code : 013204**

Time :  $2\frac{1}{2}$  Hours]

[Total Marks : 70

સૂચના : જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નનાં પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

- 1 કોઈપણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો : 14
- (a) બુલિયન બીજગણિતનું બંધારણ સમજાવો.
- (b) કેન્ટરનું પ્રમેય  $M \leq P(M)$  સાબિત કરો.
- (c) ઝોર્નનું લેમા સાબિત કરો.
- 2 (A) કોઈપણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો : 10
- (a) સાબિત કરો કે વાસ્તવિક સંખ્યાગણ R અગણ્ય છે.
- (b) સાબિત કરો કે સંમેય સંખ્યાગણ Q ગણ્ય છે.
- 2 (B) કોઈપણ એક પ્રશ્નનો ઉત્તર આપો : 10
- (a) સાબિત કરો કે  $\sqrt{2}$  અસંમેય સંખ્યા છે.
- (b) હાઉસડોર્ફનો મહત્તમનો સિદ્ધાંત સાબિત કરો.

3 (A) કોઈપણ બે પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો : 10

- (a) વ્યાપ્ત વિધેયની વ્યાખ્યા આપો.
- (b) સંયોજિત વિધેયની વ્યાખ્યા આપો.
- (c) નીચેના ગણનો ઘાતગણ શોધો  $A = \{x, y, z\}$ .
- (d) નીચેના ગણોનો ગુણાકાર ગણ શોધો :

$$A = \{1, 2, 3, 4\},$$

$$B = \{x, y, z\}.$$

3 (B) કોઈપણ બે પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો : 10

- (a) સાબિત કરો કે,

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

- (b) સાબિત કરો કે,

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

- (c) એક-એક વિધેયની વ્યાખ્યા આપો.

- (d) સાબિત કરો કે,

$$A \cup B = B \cup A$$

4 નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર એક વાક્યમાં આપો : 6

- (1) અનંતગણનું ઉદાહરણ આપો.
- (2) સાંત ગણનું ઉદાહરણ આપો.
- (3) ગણ સિદ્ધાંતના સ્થાપક કોણ હતા ?
- (4) ખાલી ગણનું ઉદાહરણ આપો.
- (5) જો  $A = \{a, b, c\}$   $B = \{b, d\}$  તો  $A \cup B$  ?
- (6) ગણ્ય ગણનું ઉદાહરણ આપો.

5 નીચેના M.C.Q.s માંથી કોઈપણ દસના ઉત્તર આપો :

10

- (1) નીચેનામાંથી કયો ગણ અગણ્ય છે ?  
(A) N (B) Z  
(C) બન્ને (D) કોઈ નહિ
- (2) નીચેનામાંથી કયો ગણ સાન્ત છે ?  
(A) Q (B) R  
(C) બન્ને (D) કોઈ નહિ
- (3) ખાલી ગણને કેટલા ઉપગણ હોય ?  
(A) શૂન્ય (B) એક  
(C) બે (D) ચાર
- (4) ગણસિદ્ધાંતની સ્વયંતથ્યમૂલક પદ્ધતિ કોણ આપે છે ?  
(A) કેન્ટર (B) ફેગે  
(C) ઝર્મેલો (D) પિઆનો
- (5)  $A = \{x, y, z, t\}$  ને કેટલા ઉપગણ છે ?  
(A) ચાર (B) આઠ  
(C) સોળ (D) બત્રીસ
- (6) N નો ઘાતગણ કયા પ્રકારનો છે ?  
(A) અનંત (B) અગણ્ય  
(C) બન્ને (D) કોઈ નહિ

- (7) જો ગણમાં  $n$  ઘટક હોય તો તેના ઘાતગણમાં કેટલા હોય ?
- (A)  $n$  (B)  $2n$   
(C)  $n^2$  (D)  $2^n$
- (8) જો Aમાં 3 ઘટક અને Bમાં 2 ઘટક હોય તો  $A \times B$ માં કેટલા હોય ?
- (A) પાંચ (B) છ  
(C) નવ (D) બાર
- (9) નીચેનામાંથી કયો ગણ અનંત છે ?
- (A)  $N$  (B)  $Z$   
(C) બન્ને (D) કોઈ નહિ
- (10) નીચેનામાંથી કઈ અસંમેય સંખ્યા છે ?
- (A) 0.75 (B)  $\sqrt{3}$   
(C) 3 (D)  $\frac{1}{3}$
- (11) નીચેનામાંથી કઈ સંમેય સંખ્યા છે ?
- (A) 0.7251 (B)  $\frac{27}{80}$   
(C) બન્ને (D) કોઈ નહિ
- (12) R નો ઘાતગણ કયા પ્રકારનો ગણ છે ?
- (A) અનંત (B) અગણ્ય  
(C) બન્ને (D) કોઈ નહિ

## ENGLISH VERSION

**Instruction :** Figures at right indicate the full marks of the question.

- 1** Answer any **one** question : **14**
- (a) Explain the structure of Boolean algebra.
  - (b) Prove Cantor's theorem  $M \leq P(M)$ .
  - (c) Prove Zorn's lemma.
- 2** (A) Answer any **one** question : **10**
- (a) Prove that the real number set  $\mathbb{R}$  is uncountable.
  - (b) Prove that the rational number set  $\mathbb{Q}$  is countable.
- 2** (B) Answer any **one** question : **10**
- (a) Prove that  $\sqrt{2}$  is an irrational number.
  - (b) Prove Hausdorff's maximal principle.
- 3** (A) Answer any **two** questions : **10**
- (a) Define onto function.
  - (b) Define composite function.
  - (c) Find the power set of the following set  $A = \{x, y, z\}$ .
  - (d) Find the cartesian product of the following sets :
- $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  
 $B = \{x, y, z\}$ .

3 (B) Answer any **two** questions : 10

(a) Prove that

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C$$

(b) Prove that

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$$

(c) Define one-one function.

(d) Prove that

$$A \cup B = B \cup A$$

4 Answer the following question in **one** sentence : 6

- (1) Illustrate infinite set.
- (2) Illustrate finite set.
- (3) Who was the founder of set theory ?
- (4) Illustrate the empty set.
- (5) If  $A = \{a, b, c\}$   $B = \{b, d\}$  then  $A \cup B$ ?
- (6) Illustrate the countable set.

5 Answer any **ten** M.C.Q.s from the following : 10

- (1) Which of the following set is uncountable ?  
(A) N (B) Z  
(C) Both (D) None

- (2) Which of the following set is finite ?
- (A)  $\mathbb{Q}$  (B)  $\mathbb{R}$   
(C) Both (D) None
- (3) How many subsets of an empty set are ?
- (A) zero (B) one  
(C) two (D) four
- (4) Who gives an axiomatic system of set theory ?
- (A) Cantor (B) Frege  
(C) Zermelo (D) Peano
- (5) How many subsets are of  $A = \{x, y, z, t\}$
- (A) Four (B) Eight  
(C) Sixteen (D) Thirty two
- (6) Which type of set is the power set of  $\mathbb{N}$  ?
- (A) Infinite (B) Uncountable  
(C) Both (D) None
- (7) If there are  $n$  element in a set, how many are there in its power set ?
- (A)  $n$  (B)  $2n$   
(C)  $n^2$  (D)  $2^n$

(8) If A has 3 and B has 2 elements then how many in  $A \times B$  ?

- (A) Five                      (B) Six  
(C) Nine                      (D) Twelve

(9) Which of the following set is infinite ?

- (A)  $\mathbb{N}$                       (B)  $\mathbb{Z}$   
(C) Both                      (D) None

(10) Which of the following number is irrational ?

- (A) 0.75                      (B)  $\sqrt{3}$   
(C) 3                      (D)  $\frac{1}{3}$

(11) Which of the following number is rational

- (A) 0.7251                      (B)  $\frac{27}{80}$   
(C) Both                      (D) None

(12) Which type of set is the power set of  $\mathbb{R}$  ?

- (A) infinite                      (B) uncountable  
(C) both                      (D) none